Vom Missbrauch der Mathematik in den Geistes- und Gesellschaftswissenschaften

$$f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos\frac{n\pi x}{L} + b_n \sin\frac{n\pi x}{L} \right)$$

Die Welt als mathematische Kurve

Der Pluralismus der bürgerlichen Geistes- und Gesellschaftswissenschaften besteht auf der prinzipiellen Ungewissheit von Erkenntnis. Theorien, die mehr als ein Ansatz unter vielen zu sein beanspruchen, werden als Dogmatismus ausgegrenzt. Seltsamerweise findet derselbe Pluralismus immer mehr Gefallen an einer Disziplin wie der Mathematik, die nun allerdings sehr "dogmatisch" darauf besteht, dass sie gültige Gesetze formuliert und sonst nichts. Das Interesse gilt der Mathematik als einem Werkzeug der Sozialwissenschaften. Dass es sich um einen rationellen Gebrauch der Mathematik wie z.B. in der Physik nicht handeln kann, entnimmt man bereits den einschlägigen Urteilen über die Leistungen der Mathematik, wie sie im gesellschaftswissenschaftlichen Getriebe die Runde machen. Sie zeugen weniger von einer Kenntnis der Mathematik als von dem Willen, ihre erfundenen Eigenarten beizulegen, die sie für eine ideologische Indienstnahme tauglich machen sollen.

Ist die Mathematik exakt?

Eindeutig ja, lautet das erste Lob auf diese Disziplin, das sie vor anderen auszeichnen soll. Dagegen wäre zu bemerken, dass die Titulierung "exakt" keine nähere Bestimmung von Wissenschaft, sondern einen reinen Pleonasmus darstellt. Denn worin sonst besteht Wissenschaft als darin, "exakt" die Bestimmungen einer Sache zu erschließen, die *ihr* und nicht irgendetwas anderem zu- kommen.

In den

<u>Gleichungen</u>

der Mathematik meinen bürgerliche Wissenschaftler allerdings ein Indiz für ihren Unsinn gefunden zu haben. Während das Urteil "Der bürgerliche Staat ist die politische Gewalt der kapitalistischen Gesellschaft" bestenfalls als höchst uneindeutige Hypothese durchgeht, gilt das Fallgesetz $\boldsymbol{s = g/2 * t^2}$ als Paradebeispiel eines exakten Urteils. Und warum? Weil letzteres eine *Gleichung* ist? Das Gesetz verlöre überhaupt nichts von seiner Gültigkeit, drückte man es in dem Satz aus, dass im freien Fall der zurückgelegte Weg mit dem Quadrat der Zeit wächst. Schließlich: dass ***s, g, t*** gemessen und beziffert werden, macht keinen Unterschied in der "Genauigkeit" des Urteils, sondern zeigt einen Unterschied der erklärten Gegenstände an. Selbst da, wo es in der Sphäre von Staat und Kapital um bezifferbare Gegenstände geht, liegt deren Erklärung nicht in Quantitäten und Verhältnissen davon. Staatsverschuldung ist nicht, dass sie 30 Mrd. *beträgt*. Der politische *Zweck* der Gewalt setzt und verändert das Maß der Verschuldung, statt dass ein Quantum und seine Veränderung ein unumstößliches Gesetz bildeten, dem der Staat wie einem Naturgesetz unterworfen wäre. Diese Eigentümlichkeit ist tatsächlich dem Fallgesetz vorbehalten, das die Notwendigkeit des angegebenen quantitativen

Verhältnisses von Weg und Zeitquadrat *ist*. Worin besteht es also, das Kompliment "exakt"? Vom *Inhalt* der beiden Urteile sieht es ebenso ab wie von ihrem Wahrheitsgehalt. Das Attribut "exakt" für eine Gleichung bestreitet ja weder den Satz über den Staat, noch erweist es das Fallgesetz als wahr. Dass ihm (größere) "Genauigkeit" zukomme, meint offenkundig eine von Inhalt und Wahrheit unterschiedliche Qualität. Als einer *Methode* des Erklärens gilt den mathematischen Sätzen das Etikett "exakt". Auf diese Weise wird die *Form* mathematisch-naturwissenschaftlicher Gesetze von ihrem *Inhalt* getrennt und als dessen *Grund* behauptet. Nur: eine Gleichung und ihr Inhalt verhalten sich nicht wie Erkenntnisweg und -ziel zueinander. Anders gesagt: dem Fallgesetz kommt die Form der Gleichung $\boldsymbol{s = g/2 * t^2}$ deswegen zu, weil es dieses quantitative Verhältnis von Weg und Zeit *ist*. Und nicht umgekehrt hat es diesen Inhalt deshalb, weil das mathematische Denken sich für die Form der Gleichung als Erkenntnisinstrument für den freien Fall entschieden hätte. Der Wunsch nach einer korrekten Methode des Erkennens ist prinzipiell verkehrt. Eine aus der Sache begründete Entscheidung für das "passende" Erkenntnisinstrument setzte ja bereits voraus, was erst seine Anwendung erbringen soll, die Erkenntnis der Sache. Mit ihrem Vorliegen erübrigte sich aber auch der Rückgang auf eine Methode, weil bereits vollbracht wäre, was die Methode bewerkstelligen sollte. Bürgerliche Denker beharren dennoch auf der Notwendigkeit von Methoden. Die Entscheidung für eine Methode und deren Inhalt liegt dann jedenfalls vor allem Urteil über die Sache: sie enthält tatsächlich das Vor-Urteil, das Interesse, dem- gemäß man eine Sache sich *vorstellen* möchte. Und das ist nichts als eine wissenschaftlich begründete Absage an wissenschaftliche Erkenntnis. Unter der Hand ist also aus den *Resultaten* mathematischer Wissenschaft eine *Art und Weise* des Denkens, Methode eben, geworden. Und deren herausragende Leistung sehen bürgerliche Denker im Gebrauch der

<u>Symbole</u>

die jene Eindeutigkeit verbürgen sollen, welche die mathematische Methode vor allen anderen als exakt ausweist. Nun sind abkürzende Schreibweisen per Symbol in der Mathematik tatsächlich an der Tagesordnung. Dass Symbole hier allerdings die Eindeutigkeit von Begriffen *stiften*, ist ein Gerücht. Dass $f(x) = y$ ist, sagt all denjenigen eindeutig nichts, denen nicht die per Symbol bezeichneten Gegenstände eindeutig bekannt sind. Das Wissen um die bezeichneten Sachen wie stetig differenzierbare Funktionen und reelle Zahlen ist den Symbolen *vorausgesetzt*, will man sie überhaupt als *deren* Symbole verstehen können. Als eine besondere Leistung erscheint bürgerlichen Denkern diese Banalität nur deshalb, weil sie der Umgangsprache einen ganz prinzipiellen Mangel angedichtet haben: ihre Wörter und Begriffe seien *un*eindeutig.

"*Die Sprache erweist sich als mangelhaft, wenn es sich darum handelt, das Denken vor Fehlern zu bewahren.... Dasselbe Wort dient zur Bezeichnung eines Begriffes und eines einzelnen unter diesen fallenden Gegenstandes.... 'Das Pferd' kann ein Einzelwesen, es kann auch die Art bezeichnen.... Die Sprache ist nicht in der Weise durch logische Gesetze beherrscht, dass die Befolgung der Grammatik schon die formale Richtigkeit der Gedankenbewegung verbürgte.*" (G. Frege: Über die wissenschaftliche Berechtigung einer Begriffsschrift)

Frege benutzt sein Wissen um die unterschiedenen Bedeutungen des Wortes Pferd, um ihre Ununterscheidbarkeit als Mangel des Wortes zu beweisen. Und schließlich belegt die Tatsache, dass man in grammatisch korrekten Sätzen auch Unsinn wiedergeben kann, nicht einen Mangel der Sprache, sondern einen Fehler des geäußerten *Gedankens*. Frege verwechselt beides, weil seine aberwitzige Sehnsucht einer per Grammatik gegebenen

Denkstruktur gilt, die einem das Denken und Urteilen *erspart* – und doch immer "Richtigkeit" garantiert. Es ist dies eine Weise, dem Denken ganz prinzipiell die Objektivität zu bestreiten: man soll richtig denken, ohne *etwas* zu denken; die Wahrheit von Gedanken soll getrennt von und vor ihrem Inhalt feststehen. Diesen ihren eigenen Widersinn wollen Sozialwissenschaftler allen Ernstes für die Leistung der Mathematik halten. In ihr soll eine Kunstsprache aus Symbolen und formaler Logik zuhause sein, die jene "formale Richtigkeit der Gedankenbewegung" verbürgt, gleich welche Gedanken da bewegt werden.

Im

Schließen

folgender Art offenbart sich daher für einen Soziologen die "Macht des mathematischen Denkens":

"*Das Wenn-Dann-Paradigma: 'Wenn John der Ehemann von Mary ist, dann ist Mary die Ehefrau von John. Zwar kann diese Behauptung als das Ergebnis vieler Beobachtungen aufgefaßt werden, bei denen eine Frau immer die Ehefrau ihres Ehemannes war, aber dazu sind empirische Beobachtungen überflüssig.... Wenn wir wissen, dass John der Gatte von Mary ist, so sind wir aufgrund der Bedeutung von 'Gatte' und Frau gezwungen zu schließen, dass Mary die Frau von John ist.*" (Rapoport: Mathematische Methoden in den Sozialwissenschaften, 15/16)

Der Satz ist zwar richtig, ein vernünftiger Schluss ist er nicht. Hinterher weiß man nicht mehr als vorher, weil aus der Voraussetzung gar kein *neuer* Satz geschlossen wird. Umgekehrt landet der Schluss so todsicher bei seiner - ausgerechnet! - Prämisse John = Gatte heißt Mary = Ehegattin), weil er sie nie verlassen hat.

Als Albernheit gelten solche Beispiele bei den Bewunderern der Mathematik nicht. Sie stehen für das Fehlurteil, das sie verbreiten wollen. Die Exaktheit der Mathematik, die aus Gleichungen, Symbolen und formaler Logik sprechen soll, löst sich auf in die Vorstellung einer Technik der "Führung" von Gedanken, die so un- anfechtbar ist wie die Gedanken inhaltslos. Darin sieht ein Popper ganz uniroisch die Leistung jedes "*mathematischen Lehrsatzes, dessen Gehalt immer gleich Null ist*". (Popper: Die Zielsetzung der Erfahrungswissenschaft; in Theorie und Realität, 35) Die Umdeutung der Mathematik in eine Methode fällt also zusammen mit der Bestreitung ihres Inhalts, so dass sie jetzt prompt jedem Sozialwissenschaftler einleuchtet als ein Instrumentarium, das man getrost auf *jeden* Inhalt anwenden darf.

Ist die Mathematik universell?

Eindeutig ja, meinen die Freunde der Zunft aus dem anderen Lager. "*Die Mathematik stellt die lingua franca aller Wissenschaft dar, da sie an sich ohne Inhalt ist.* " (Rapoport, op. cit. 10) Abiturienten sollten das besser wissen. Zahlen und Gesetze der Rechenoperationen (Arithmetik), Gleichungen und Gesetze ihrer Lösungen (Algebra), Funktionen und ihre Gesetze der Stetigkeit, Differenzierbarkeit (Analysis) etc. *sind* der Inhalt der Mathematik. Die Behauptung von der Inhaltslosigkeit wird auch durch folgenden Einfall nicht haltbarer:

"*Der Fall eines gereiften Apfels, die Bewegung der Gestirne, der Flug von Geschossen und heute die Bahnen der Satelliten wie auch die Wege der Raumschiffe sind alle Gegenstand einer einzigen mathematischen Theorie."* (Rapoport, 21)

Wenn so disparate Gegenstände wie Apfel, Geschoß und Raumschiff unter *ein* – übrigens physikalisches – Gesetz wie 'Kraft = Masse x Beschleunigung' fallen, dann deshalb, weil sie tatsächlich eine Gemeinsamkeit an sich haben. Sie *sind* Massen, und als solche unterliegen sie den dafür geltenden Gesetzen. In diesen Gesetzen spielt der besondere Inhalt der Masse, ob Zellstoff oder Stahl, keine Rolle. Ein Kilogramm ist eben ein Kilogramm, ob von einem Stück organischer oder anorganischer Natur auf die Waage gebracht (dies ein Unterschied von Qualitäten, der in die Chemie fällt). Daraus möchten bürgerliche Denker folgenden Fehlschluss gezogen haben: weil Apfel und Raumschiff in den Bestimmungen, die in den Gesetzen der Mechanik keine Rolle spielen, auch nicht vorkommen, also erst recht nicht als der sinnlich wahrgenommene Gegenstand, an dem alle Bestimmungen in Einheit existieren, kommt in den mechanischen Gleichungen *gar kein* Inhalt vor. Also sind die Gleichungen inhaltslos und daher auf die unterschiedlichsten Inhalte anzuwenden. Wogegen zu bemerken wäre, ein Soziologe möge einmal statt der Fallgeschwindigkeit des Apfels erfragen, ob er auch stetig differenzierbar ist. Eine Anregung, die schleunigst revidiert werden muss. *Ihm* fiele nämlich gar nicht auf, dass er in der Funktionentheorie mit Gesetzen einer Qualität namens Funktion hantiert, die so ein Früchtchen – im Unterschied zur Masse! – gar nicht an sich hat, weswegen es auch nicht unter diese Theorie fällt.

Der Missbrauch der Mathematik

in den Geistes- und Gesellschaftswissenschaften besteht nämlich in folgendem Idealismus:

"*Der einzigartige Erfolg der mathematischen Wissenschaften erklärt sich gerade auf der Verbindung (!) dieser transzendenten 'Realität' idealisierter Begriffe und der beobachtbaren Welt*." (Rapoport, 16)

'Transzendente Realität' nennt der Soziologe die Mathematik deshalb, weil sie ihm zufolge ein Sammelsurium von Begriffen vorstellt, in denen gar nicht etwas begriffen ist. Also schon gar nicht die "beobachtbare Welt", die aber doch mit ihnen begriffen werden soll. Eine "Verbindung" ist den mathematischen Begriffen und der Wirklichkeit also auch nicht eigen. Denn wie sollte man einem Begriff ohne Inhalt anmerken, auf *welchen* er bezogen ist! Was der Soziologe Verbindung nennt, ist also ein Akt reiner Willkür. Man muss einem realen Gegenstand eine mathematische Gesetzmäßigkeit *zuschreiben*. Dann kann man ihn auch als solche betrachten. Nie werden also seine Bestimmungen ermittelt. Umgekehrt ist die reine Konstruktion von Gesetzmäßigkeiten der Ausgangspunkt, als deren Ausdruck dann die "beobachtbare Welt" *gedeutet* wird. Ein Popper bekennt sich sehr selbstbewusst zu dieser Sorte Metaphysik:

"*Indem wir Erklärungen in der Form von universellen Naturgesetzen wählen (!), schlagen wir eine Lösung für genau dieses zuletzt er- wähnte (platonische) Problem vor. Denn wir stellen uns alle individuellen Dinge und alle einzelnen Tatsachen als diesen Gesetzen unterworfen vor. Die Gesetze erklären daher Regelmäßigkeiten oder Ähnlichkeiten individueller Dinge oder individueller Tatsachen oder Ereignisse. Und diese Gesetze sind nicht (sic!) den einzelnen Dingen inhärent*." (Popper, op. cit. 34)

Diese Wissenschaft entdeckt also genau die "Regelmäßigkeiten", die sie zuvor mit ihren konstruierten "Gesetzen" in die Sachen hineingelegt hat, die aber *deren* Gesetze gar nicht sind. Der Unsinn ist also unvermeidlich.

***

Angenommen, wir haben einen gültigen Syllogismus wie zum Beispiel:

(a) Alle Menschen sind sterblich (1)
(b) Alle Athener sind Menschen (2)
——————————————————
(c) Alle Athener sind sterblich (3)

Die Regel der indirekten Reduktion besagt nun:

(4) Wenn ***a - b|c*** ein gültiger Schluss ist, dann ist ***a - non-c | non-b*** ebenfalls ein gültiger Schluss. So finden wir zum Beispiel infolge der Gültigkeit des Schlusses (c) aus den Prämissen (a) und (b), dass

Alle Menschen sterblich sind
(non-c) Einige Athener sind nicht-sterblich
—————————————————————
(non-b) Einige Athener sind nicht-Menschen

ebenfalls gültig sein muss.

(Popper, Was ist Dialektik, in: Logik der Sozialwissenschaften, S 270 f)

In dem beliebten vollkommenen Schlusse:

Alle Menschen sind sterblich
Nun ist Cajus ein Mensch,
Ergo ist Cajus sterblich,

ist der Obersatz nur darum und insofern richtig, als der *Schlusssatz richtig* ist; wäre Cajus zufälligerweise nicht sterblich, so wäre der Obersatz nicht richtig. Der Satz, welcher Schlusssatz sein sollte, muss schon unmittelbar für sich richtig sein, weil der Obersatz sonst nicht *alle* Einzelne befassen könnte; ehe der Obersatz als richtig gelten kann, ist *vorher* die Frage, ob nicht jener Schlusssatz selbst eine *Instanz* gegen ihn sei.

(Hegel, Wissenschaft der Logik II, S. 383)

***

Warnung vor Missverständnissen

Der Grund für die Fehler, welche in der Geistes- und Gesellschaftswissenschaft unter Verwendung der Mathematik fabriziert werden, liegt im Idealismus dieser Disziplinen. Nicht in der Mathematik selbst, wie manche Kritiker meinen. Ihre Auffassung vom Rechnen

Mathematik: Bloß quantitativ und abstrakt?

ist nicht weniger verkehrt als die von uns kritisierte Vorliebe der Sozialabteilung fürs Mathematische. Auch sie halten die Mathematik für eine Methode, allerdings im Unterschied zu den genannten Kollegen für eine unbrauchbare bis gefährliche.

1. Dass die Zahl eine "bloß quantitative" Bestimmung sei, ist keine sehr intelligente Kritik an der Zahl. Ausgerechnet ihre Leistung wird ihr damit nämlich zum Vorwurf gemacht. Sie bestimmt die Einheit nach ihrer Anzahl, getrennt davon, welchen besonderen Inhalt diese Einheut beim Abzählen dieser oder jener Gegenstände haben mag. Genau das soll sie. Die Rechenoperation 2 + 2 = 4 wird ja keineswegs dadurch modifiziert, dass die Einheit das eine Mal aus Äpfeln, das andere Mal aus Birnen besteht. Wohl aber ist mit der Zahl soviel verlangt: weil sie die Anzahl einer Einheit ist, macht die Addition v e r s c h i e d e n e r Einheiten keinen Sinn. 2 Äpfel + 2 Birnen = bestenfalls Kompott.

2. Ganz verkehrt wird die Kritik also da, wo sie auf Gleichungen dimensionierter Quantitäten wie in der Physik Bezug nimmt. 2 Meter sind nie gleich 2 Sekunden, mag 2 auch noch so sehr gleich 2 sein. Von der Qualität der Quantitäten hängt es ab, welche neue Qualität durch quantitative Verhältnisse gegeben ist. Ein zurückgelegte *Strecke* von 120 km im Verhältnis zur dafür benötigten *Zeit* von 2 h macht nicht einfach 120 : 2 = 60 sondern 120 km / 2 h = 60 km/h *Geschwindigkeit*.

3. Dass schließlich in der Mathematik wie in jeder Wissenschaft Abstraktionen ihren Platz haben, ist richtig. Verkehrt ist die Kritik daran. Stimmen müssen Abstraktionen eben. Dann tun sie ihr Werk für die Erklärung, indem sie das Allgemeine verschiedener Besonderheiten festhalten, das diese bestimmt. 'Der Staat' existiert genausowenig wie 'die Funktion'; beide Abstraktionen fassen das Allgemeine, das im jeweils Besonderen, im englischen und deutschen Staat, in dieser Parabel und jener Hyperbel vorliegt. Schon Hegel hat sich darüber lustig gemacht, die Abstraktion als eine Unwirklichkeit gegen das Besondere zu stellen und sie deswegen zu verteufeln:

"*Solche Stellung würde bei den Gegenständen des gemeinen Lebens von selbst als unangemessen und ungeschickt auffallen, wie wenn z.B. einer, der Obst verlangt, Kirschen, Birnen, Trauben usf. ausschlüge, weil sie Kirschen, Birnen, Trauben, nicht aber Obst seien."* (Hegel, Enz.. I, 59)

4. Der ganze Vorwurf "bloß quantitativ" verschafft sich schließlich seine dürftige Plausibilität nur dadurch, dass er die Zahl auf solche Sphären anwendet, in denen sie nichts zu suchen hat. Marx hat das Nötige dazu gesagt.

"*Was ist eine halbe Vernunft, was ist ein Drittel Wahrheit?*",

fragt ein gewisser Karl Grün polemisch an. Berechtigt Marxens Gegenfrage:

"*Was ist ein grün angelaufener Logarithmus?*" (MEW 3, 501)